

Étudier la complexité de tâches en évaluation : comment ? pourquoi ?

Nadine GRAPIN, Nathalie SAYAC

Université Paris-Est Créteil, Laboratoire de Didactique André Revuz

Points de départs

- ▶ Conception et analyse d'évaluations externes nationales et internationales
 - ▶ CEDRE fin d'école et fin de collège
 - ▶ TIMSS - CMI
- ▶ Développement de la notion de compétence attachée à la complexité des tâches
 - ▶ d'un point de vue didactique
 - ▶ selon la définition des cadres des évaluations à grande échelle
- ▶ Nécessité de formation des enseignants à l'évaluation

Outil d'analyse d'items

Présentation et appuis théoriques

Constats initiaux(CEDRE)

Constats de départ :

- ▶ Surprenante opposition entre les résultats obtenus fin de CM2 et fin de 3^{ème} sur les grandeurs : de quoi étaient-ils révélateurs ? comment l'exploiter ?
- ▶ Nécessité d'une vision plus large, croisant les 2 niveaux d'enseignement (les 2 groupes ont travaillé séparément).
- ▶ Décalage d'appréciation entre certains items considérés comme « faciles » par les concepteurs et les résultats des élèves : comment l'expliquer ?

Mais aussi :

- ▶ Exploiter davantage la masse précieuse de données à grande échelle
- ▶ Faire le lien entre les recherches en DDM et les travaux de la DEPP

Problématique

- ▶ Etudier le contenu de l'évaluation au regard de la recherche en didactique pour :
 - Déterminer quel reflet de la connaissance des élèves est produit par les items proposés et quels apprentissages sont révélés (validité du contenu de l'évaluation)
 - Évaluer, plus justement, la complexité des items, en termes de connaissances et de compétences.
- ▶ Prendre en compte l'activité de l'élève pas uniquement d'un point de vue mathématique, mais en prenant en compte d'autres facteurs.

Point de départ

- ▶ **Problème 1** : « Monsieur Paul achète 9 rosiers à 4 € et 3 sapins à 17€ pièce. Quel est le montant de sa dépense ? »
- ▶ **Problème 2** : « Monsieur Jacques achète 8 cahiers et 5 stylos. Le prix d'un cahier est de 3 €. Le prix d'un stylo est de 2€. Quel est le montant de sa dépense ? »

Résultats :

- ▶ **Problème 1** : **62,95%** avec 9,5% erreurs de calcul ; 17% des élèves font $17 + 4$
- ▶ **Problème 2** : **80,73%** avec 3,5% erreur de calcul ; 3,5% des élèves font $2 + 3$

Conception de l'outil

Objectif : Construire un outil fonctionnel pour tous les acteurs et actrices de l'enseignement (professeurs, formateurs et formatrices, institutionnels)

- ▶ Facteurs inspirés de divers travaux (taxonomie de Gras, niveaux de mise en fonctionnement des connaissances de Robert, des registres de représentation sémiotiques de Duval...)
- ▶ Facteurs intégrant les difficultés identifiées à partir des travaux en didactique des mathématiques (pour les décimaux : Perrin, Brousseau, Roditi, Comiti, Neyret), mais pas seulement...

Facteurs de complexité :

- **FC1** : contexte de l'énoncé (3 niveaux)
- **FC2** : contexte de la tâche (3 niveaux)

Facteur de compétences :

- ▶ 3 niveaux : bas (Niveau 1), moyen (Niveau 2), élevé (Niveau 3)

Définition de compétence : une capacité d'agir de manière opérationnelle face à une tâche mathématique qui peut s'avérer inédite, en s'appuyant sur des connaissances que l'élève mobilise de façon autonome (niveau 3).
(Sayac & Grapin 2015)



Facteurs de complexité : FC1

Facteur de complexité I : contexte de l'énoncé

Ce facteur prend en compte la façon dont les élèves sont amenés à comprendre la tâche qu'ils ou elles doivent réaliser. Différents éléments sont liés à ce facteur, notamment :

- ✓ Le niveau de langue de l'énoncé,
- ✓ La nature des informations à traiter (texte, figure, schéma...),
- ✓ La forme de l'item : question ouverte ? fermée ? QCM ? Vrai-Faux ? quelle est la place de la bonne réponse parmi les différents choix proposés, dans le cas de QCM ?
- ✓ Le contexte de l'énoncé : proche de la vie courante ou pas

Exemple : Pour une tâche de décomposition de nombres

- ▶ **Niveau 1** (FCI = 1) : « Décompose chaque nombre comme dans l'exemple : $4\ 567 = 4000 + 500 + 60 + 7$ »
 - ▶ **Niveau 2** (FCI = 2) : « Écris chaque nombre en le décomposant unité par unité (millier, centaine, dizaine, unité) »
 - ▶ **Niveau 3** (FCI = 3) : « Décompose chaque nombre en écrivant sa décomposition additive donnant la valeur de chaque chiffre »
-



Facteurs de complexité : FC2

Facteur de complexité 2 : contexte de la tâche mathématique

- ✓ Ce facteur est directement lié à la notion mathématique convoquée.
- ✓ De ce point de vue, la tâche peut être simple ou plus complexe*, dans différents registres de représentation.
- ✓ les variables didactiques, ainsi que les distracteurs des situations proposées peuvent avoir une influence non négligeable sur la réussite des élèves, dans un sens positif ou négatif.

Exemple : Pour une tâche d'écriture en chiffres

- ▶ **Niveau 1** (FC2 = 1) : 5 centaines, 3 dizaines, 6 unités
- ▶ **Niveau 2** (FC2 = 2) : 7 centaines, 8 unités
- ▶ **Niveau 3** (FC2 = 3) : 8 centaines, 12 dizaines, 45 unités

* Par complexe, nous désignons des tâches où plusieurs connaissances mathématiques sont en jeu et pas spécifiquement des tâches « difficiles ».



Pour le facteur de complexité 2

Exemple pour des exercices portant sur des décimaux :

▶ **Variables didactiques en jeu :**

- ▶ taille des parties entières et décimales, égales ou non
- ▶ présence ou non de zéros dans l'écriture du nombre
- ▶ relation entre nombre décimal et référent dans un problème (mesure de longueur, moyenne, prix...) : rôle de la pratique sociale de référence

▶ **Tâches de reconnaissance, traitement ou conversion (Duval 1993, Gagatsis, 2002) :**

- ▶ Reconnaissance : quand il s'agit de reconnaître ou d'identifier une représentation de quelque chose dans un système déterminé (ex : associer $\frac{1}{4}$ avec sa représentation « camembert »)
- ▶ Traitement : quand il s'agit d'effectuer une tâche en restant dans le même registre de représentation (ex : calculer $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \dots$)
- ▶ Conversion : quand il s'agit de convertir quelque chose proposé dans un registre de représentation dans un autre registre de représentation (ex : $\frac{1}{4} = 0,25$)

▶ **Difficultés repérées sur les décimaux**

- ▶ Travaux de Brousseau, Comiti, Neyret, Perrin, Roditi, Perrin-Glorian, etc.

Facteur de compétences : NC

Ce facteur évalue le niveau de complexité des compétences en jeu dans la ou les tâche(s) attachée(s) à l'item.

Ce facteur s'inscrit dans le contexte de la tâche à réaliser et prend en compte différents éléments (autonomie de l'élève par rapport à la tâche, capacité à organiser sa démarche, combiner les savoirs et savoir-faire, etc.) .

- ✓ **Niveau 1** : pour les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélange), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire. Les tâches sont usuelles.

Hachurez la surface correspondant à la fraction $\frac{1}{4}$ dans la figure ci-contre :



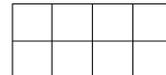
- ✓ **Niveau 2** : pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées. Les tâches sont relativement usuelles.

Hachurez la surface correspondant à la fraction $\frac{1}{4}$ dans la figure ci-contre :



- ✓ **Niveau 3** : pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont totalement à la charge de l'élève. Les tâches sont inédites.

Hachurez la surface correspondant à la fraction $\frac{5}{10}$ dans la figure ci-contre :



Outil d'analyse d'items

Fonctionnement

Premiers exemples

▶ **Exercice 1 :**

a/ Entoure la fraction égale à 6,02 :

$60/2$ $62/10$ $602/100$ $620/100$

b/ Ecris sous forme d'un nombre à virgule : $1/4 =$

▶ **Exercice 2 :** à chaque saut, une sauterelle avance de 30 centimètres. Combien de sauts doit-elle faire pour parcourir 15 mètres ?

Premiers exemples

items	FCI énoncé	FC2 Tâche math	NC compétences	% réussite
Exercice 1a	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 1	64%

- ▶ **FCI = 1** : consigne usuelle, nombre limité d'informations à traiter,...
- ▶ **FC 2 = 2** : présence de zéro dans l'écriture du nombre, distracteurs pouvant influencer un choix de réponse fausse
- ▶ **NC = 1** : exercice technique habituellement pratiqué dans les classes de CM2

Fonctionnement de l'outil

items	FCI énoncé	FC2 Tâche math	NC compétences	% réussite
Exercice Ia	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 1	64%
Exercice Ib	Niveau 1	Niveau 3	Niveau 2	31%

- ▶ **FCI = 1** : consigne usuelle, nombre limité d'informations à traiter, ...
- ▶ **FC 2 = 2** : les difficultés sur ce type de question sont reconnues et avérées par de nombreux travaux.
- ▶ **NC = 2** : tâche relativement usuelle en CM2 mais demandant néanmoins des adaptations (moitié d'un demi, quotient, ...)

Fonctionnement de l'outil

items	FCI énoncé	FC2 Tâche math	NC compétences	% réussite
Exercice 1a	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 1	64%
Exercice 1b	Niveau 1	Niveau 3	Niveau 2	31%
Exercice 2	Niveau 1	Niveau 3	Niveau 3	25%

- ▶ **FCI = 1** : pas de réelle difficulté liée à la compréhension de la tâche.
- ▶ **FC 2 = 3** : les difficultés sur les conversions, la résolution de problèmes multiplicatifs et la division sont reconnues et avérées ; le rapport de 15 à 30 peut induire faussement un nombre de sauts égal à 2 ou 200,
- ▶ **NC = 3** : tâche inédite impliquant différentes étapes à la charge de l'élève (conversion, division),

Fonctionnement de l'outil

items	FC1 énoncé	FC2 Tâche math	NC compétence s	résultats
Exercice 1a	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 1	64%
Exercice 1b	Niveau 1	Niveau 3	Niveau 2	31%
Exercice 2	Niveau 1	Niveau 3	Niveau 3	25%
Exercice 3				
Exercice 4				
Exercice 5				
Exercice 6				
Exercice 7				

Outil d'analyse d'items

Utilisation

Utilisation de l'outil

- ▶ Pour l'analyse d'évaluations à grande échelle ([CEDRE](#))
- ▶ En formation pour :
 - ▶ penser la notion de complexité en mathématiques, mais pas seulement
 - ▶ introduire des travaux en DDM et en montrer la nécessité (adosser la formation à la recherche)
 - ▶ faire évoluer les représentations des enseignants sur les connaissances de leurs élèves et sur les mathématiques à évaluer/enseigner
 - ▶ améliorer les pratiques d'évaluations
 - ▶ articuler évaluations externes et évaluations internes.

Bibliographie

Aubin, F., Coulange, L. (2016) Tâche(s) complexe(s) : un outil pour évaluer quelle(s) compétence(s) ? *Actes du colloque international « évaluation en mathématiques : dispositifs, validité, pratiques »*, Créteil, 21-22 novembre 2016.

Bodin, A. (2004). Taxonomie des énoncés mathématiques, classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive, <http://www.apmep.asso.fr/07-Documents-et-articles>.

Duval, R. (1993) Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–35.

Perrenoud, P. (1997) *Construire des compétences dès l'école*. Paris : ESF.

Robert A., Rogalski M. (2002) Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x*, 60, 6–25.

Sayac N., Grapin N. (2013). Former à l'évaluation à partir d'un outil de chercheur : enjeux et perspectives. *Actes du XXXVIII Colloque Admee – Fribourg*

Sayac, N., Grapin, N. (2015). Évaluation externe et didactique des mathématiques : un regard croisé. *Recherches en didactique des mathématiques*, 35 (1), 101–126.