Nombres relatifs et calcul algébrique au cycle 4

Lalina Coulange & Philippe Dauriac

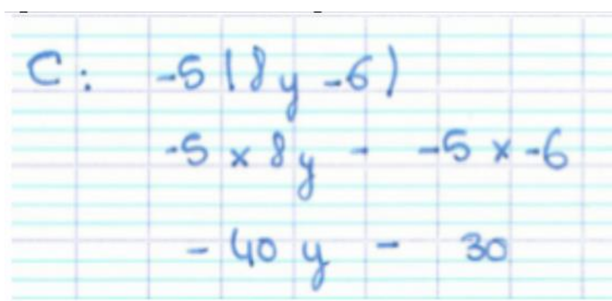
A l'origine du travail de Dauriac (2014)

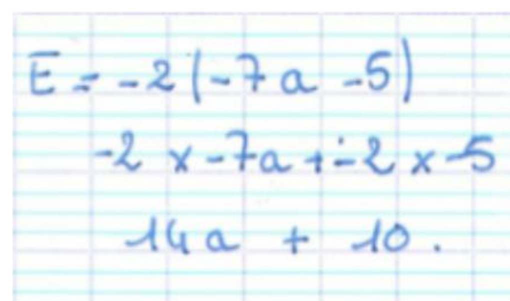
(Assude et al. 2012) : *k(a + b) = ka + kb* en 4e ?

Un résultat (Verdugo 2013) : difficultés des élèves français dans la gestion du signe « - »

	$16x^2 - (4x-3)(4x+3)$
France	17,1%
Chili	11,7%

Des adaptations de techniques « muettes » (Constantin 2008, 2014) et des techniques « cloisonnées » (Dauriac 2014)





D’un point de vue institutionnel

Pour éviter les confusions, on peut convenir, en début d’apprentissage, de noter op $(7{,}1)$ l’opposé du nombre $7{,}1$.

Cette notation sera, un peu plus tard, remplacée d’abord par la notation $(-7{,}1)$, puis par $-7{,}1$ sans négliger d’aborder avec les élèves les différentes significations que prend alors le signe « moins » :

- marqueur d’un nombre négatif dans $(-7{,}1)$;
- signe de soustraction dans $0 - 7{,}1$ ou dans $20 - 27{,}1$;
- marqueur de l’opposé, par exemple dans l’écriture $-(-7{,}1)$.

Extrait de document ressource du cycle 4

Le concept de négativité

Vlassis (2010)

Gallardo et Rojano (1990, 1993)

Signifiant structural	Signifiant opérationnel	
Nature unaire	**Nature binaire**	**symétrique**
Le signe qui forme le nombre « négatif »	Le signe est utilisé pour effectuer une soustraction	Le signe est utilisé pour marquer l'opposé d'un nombre ou d'une expression
Exemple :	Exemple :	Exemple :
-5	3x - 2	- (5 + x)

-5 x vu comme le terme d'une somme algébrique

*Distinction entre des signifiants « **opératoires » / opérationnels** (binaire) et « **prédicats » / structuraux** (unaire, signe d'un nombre mais aussi d'un « terme » dans une somme algébrique)*

Drouhard et Panizza (2012)

La détermination de l'arité (opérateur et opérandes)

0-aire *pour le signe d'un nombre* ≪ +2 ≫ ≪ -2 ≫

Unaire pour *Identité* et *Changement de signe*
≪ +(2 + 3) ≫ ≪ -(2 + 3) ≫

Binaires pour *Addition* et *Soustraction* ≪ 2 + 3 ≫, ≪ 2 - 3 ≫

n-aires pour les additions et soustractions partielles au sein des *sommes algébriques* (≪ 2 + 3 - 4 ≫)

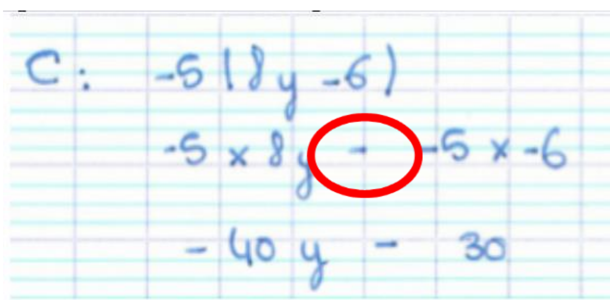
Dauriac (2014)

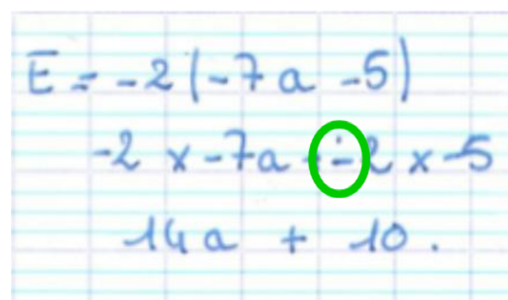
A la recherche d'un point de vue applicable à l'analyse d'écritures et de transformations d'écritures liées au calcul algébrique

-7,1 comme le signe – du nombre -7,1 ou comme l'opposé de 7,1 ?

***Unaire** rattaché à un opérande (opposé de – signe du terme ou du facteur)*

***Binaire** rattaché à deux opérandes (deux termes)*





I. Quelques résultats sur les savoirs à enseigner sur les nombres relatifs et le calcul algébrique

Au XIXe….

La *valeur numérique* d'un polynome ne change point lorsqu'on intervertit l'ordre de ses termes, pourvu que l'on ait soin de conserver à tous, leurs signes respectifs. Ainsi, les polynomes $4a^3 - 3a^2b + 5ac^2$, $5ac^2 - 3a^2b + 4a^3$, $4a^3 + 5ac^2 - 3a^2b$, ont la même valeur numérique. C'est une conséquence évidente de la nature de l'addition et de la soustraction arithmétiques. Mais cette observation sera très utile par la suite.

10. Des différens termes qui composent un polynome donné, les uns sont précédés du signe $+$, les autres du signe $-$. Les premiers portent le nom de *termes additifs*, les autres s'appellent *termes soustractifs*. On appelle aussi les premiers, *termes positifs*, et les autres, *termes négatifs*, dénominations assez impropres, que l'usage seul a consacrées.

Le premier terme d'un polynome n'est ordinairement précédé d'aucun signe; mais alors il est censé précédé du signe $+$.

Bourdon, 1844

Au XIXe....

donnés numériquement, on ferait la soustraction indiquée par $2b-3c$, puis on retrancherait le résultat obtenu, de $4a$; comme cette soustraction ne peut être effectuée dans l'état actuel des quantités, on commence par retrancher $2b$ de $4a$, ce qui donne $4a-2b$; mais en retranchant $2b$ unités, on a soustrait un nombre trop fort de $3c$ unités ; il faut donc rectifier le résultat en lui ajoutant $3c$. Ainsi, l'on a $4a-2b+3c$ pour le résultat de la soustraction proposée.

Soit encore $5a^2-4ab+3bc-b^2$ à soustraire de $8a^2-2ab$; cette opération peut être indiquée ainsi :

$$8a^2 - 2ab - (5a^2 - 4ab + 3bc - b^2).$$

Mais, pour réduire cette expression à un seul polynome, observons que retrancher $5a^2-4ab+3bc-b^2$ revient à retrancher la différence entre la somme $5a^2+3bc$ des termes additifs, et la somme $4ab+b^2$ des termes soustractifs. On peut d'abord retrancher $5a^2+3bc$, ce qui donne $8a^2-2ab-5a^2-3bc$; et comme ce résultat est nécessairement trop faible de $4ab+b^2$, il faut lui ajouter cette dernière quantité, et il vient

$$8a^2 - 2ab - 5a^2 - 3bc + 4ab + b^2,$$

ou

$$8a^2 - 2ab - 5a^2 + 4ab - 3bc + b^2,$$

en rétablissant l'ordre des termes ; ou bien enfin, réduisant,

$$3a^2 + 2ab - 3bc + b^2.$$

D'où l'on peut conclure cette règle générale :

Pour soustraire deux polynomes l'un de l'autre, écrivez la quantité à soustraire à la suite de celle dont il faut soustraire, avec des signes contraires, et faites la réduction du polynome résultant, s'il y a lieu.

Bourdon, 1844

Au XIXe….

6. *Pour faire la* SOMME *de plusieurs polynômes, écrivez les termes de ces polynômes, à la suite les uns des autres, en conservant les signes de tous les termes.*

Ainsi, P et $a-b$ étant les quantités qu'il faut *additionner*, vous aurez :

$$P+(a-b)=P+a-b.$$

En effet, la somme des quantités P, a, serait évidemment $P+a$. Mais ce n'est pas a tout entier qu'il faut ajouter à P ; c'est la quantité a diminuée d'abord de b. Par conséquent, la quantité a, que nous avons ajoutée à P, étant trop grande de b, la somme $P+a$ est trop grande de b. La véritable somme des quantités P, $a-b$, est donc $(P+a)-b$, ou $P+a-b$.

SOUSTRACTION.

7. *Pour faire la* DIFFÉRENCE *de deux polynômes, changez les signes de tous les termes du polynôme à soustraire ; puis, après le changement de signe, écrivez ces termes à la suite de l'autre polynôme.*

Ainsi, ayant à *soustraire* de la quantité P le polynôme $Q=c-d$ vous aurez

$$P-Q=P-(+c-d)=P-c+d.$$

En effet, la *somme* des polynômes $P-c+d$, et Q,

est $$P-c+d+c-d,$$

et elle se réduit à la valeur P.

Donc $P-c+d$ est la *différence* ou le *reste*, en vertu de la définition de la soustraction.

Blum, 1844

Au XIXe….

La « suppression de parenthèses » en lien avec les polynômes – monômes avant l'introduction des nombres relatifs

Des termes additifs/positifs – soustractifs/négatifs

Des éléments de justification liées à une extension pratique ou *praxémique* de savoirs anciens sur l'arithmétique : la soustraction et l'addition algébrique

Une dialectique entre unaire et binaire (ex : termes soustractifs – soustraction algébrique)

Au XXIe (première période)

2 Je supprime des parenthèses précédées d'un signe –

A Conjecture

1 Recopier et compléter le tableau ci-contre.

2 À quelle autre expression littérale semble être égale l'expression $a-(b+c)$?

a	b	c	$a-(b+c)$	$a-b+c$	$a-b-c$	$a+b-c$
8	5	2				
4	6	5				
-2	5	-3				
5	-4	1				

B Démonstration

a, b et c désignent des nombres relatifs.

1 Recopier la démonstration ci-contre.

2 Justifier chacune des égalités ①, ② et ③.

$a-(b+c)=a+(-1)\times(b+c)$ ①

$a-(b+c)=a+(-1)\times b+(-1)\times c$ ②

$a-(b+c)=a-b-c$ ③

2. Un signe « – » devant des parenthèses

a. Quel est l'opposé de 5 ? Et celui de – 6,5 ? Que vaut la somme de deux nombres opposés ? Que peut-on dire de deux nombres dont la somme est égale à 0 ?

b. Complète :

$-3+\ldots=0$ donc l'opposé de -3 est … ;	$-3x^2+\ldots=0$ donc l'opposé de $-3x^2$ est … ;
$\ldots+5=0$ donc l'opposé de 5 est … ;	$3+x+\ldots=0$ donc l'opposé de $3+x$ est … ;
$-x+\ldots=0$ donc l'opposé de $-x$ est … ;	$-2x+1+\ldots=0$ donc l'opposé de $-2x+1$ est … ;
$\ldots+2x=0$ donc l'opposé de $2x$ est … ;	$2-x^2+\ldots=0$ donc l'opposé de $2-x^2$ est … .

c. Rappel : $a-b=a+\boxed{\text{opposé de } b}$.

Complète : $F=2x-(3+x)=2x+(\ldots)$.

Déduis-en l'expression de F sans parenthèse.

d. De la même façon, écris sans parenthèse $G=4-(2-x^2)$ et $H=2x+3-(-2x+1)$.

Rédige une règle pour soustraire une somme algébrique.

Au XXIe (première période)

b) Suppression des parenthèses précédées d'un signe + ou d'un signe −

PROPRIÉTÉ **Ajouter** une somme algébrique revient à **ajouter** chacun de ses termes.
a, b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a + (b + c) = a + b + c$.

EXEMPLES :
- $2 + (x + 3y) = 2 + x + 3y$
- $a + (7 - 2b) = a + 7 - 2b$
- $s + (-t + r - 4) = s - t + r - 4$

PROPRIÉTÉ **Soustraire** une somme algébrique revient à **ajouter l'opposé** de chacun de ses termes.
a, b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a - (b + c) = a - b - c$.

EXEMPLES :
- $5 - (2x + y) = 5 - 2x - y$
- $b - (3 - 4a) = b - 3 + 4a$
- $r - (-s + t - 7) = r + s - t + 7$

X (-1) ?

Changement de signes ?

Propriété

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple 1 : Quel est l'opposé de la somme algébrique $a + b - 2ab$?

L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-(a + b - 2ab) = -a + (-b) + 2ab = -a - b + 2ab$.

Remarque : Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « – » dans une expression.

Soustraire
=
Additionner l'opposé

Exemple 2 : Supprime les parenthèses dans l'expression $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$.

$B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$ ⟶ On additionne les **opposés**.

$B = 3x + (+2x^2) + (+5xy) + (-4)$

$B = 3x + 2x^2 + 5xy - 4$ ⟶ On simplifie l'expression.

Au XXIe (première période)

Une inversion curriculaire par rapport au XIXe : nombres relatifs « réintégrés » dans le calcul algébrique

Des éléments de justification de deux types :

- Extension pratique ou *praxémique* de l'opposé d'un nombre relatifs
- La distributivité (produit par -1)

Unaire – binaire ?

Liens entre techniques et éléments de justification ?

Au XXIe (deuxième période)

3 Réduire une expression littérale

OBJECTIF 2

1 Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui sont égales ? Donner une preuve.

$6x$ — $5{,}5x$ — $6x^2$

$1{,}5x \times 4x$ — $1{,}5x + 4x$ — $5{,}5x^2$

2 Réduire, si possible, les expressions suivantes en justifiant l'égalité obtenue à l'aide d'une propriété. Si ce n'est pas possible, expliquer pourquoi.

a. $3 + 4x$ b. $3x - 4x$ c. $8x^2 - 2{,}5x^2$ d. $3 \times 4x$

e. $3x + 4x^2$ f. $3x \times (-4)$ g. $3x \times 4x^2$ h. $3 + x - 4$

3 a. Qui a raison ? Donner une preuve.

Tom

$a - (b + c) = a - b + c$

Lila

$a - (b + c) = a - b - c$

b. Comment peut-on écrire $a + (b + c)$ sans parenthèses ?

4 Utiliser les propriétés précédentes pour réduire les expressions suivantes :

a. $3x - (5 + 2x)$ b. $3x + (5 + 2x)$ c. $3x - (5 - 2x)$

d. $3x + (5 - 2x)$ e. $3x - (5 + 2x) \times 2$ f. $3x + (5 + 2x) \times 2$

Au XXIe (deuxième période)

29 On a simplifié ci-dessous l'écriture d'une expression E dans laquelle a, b et c désignent des nombres relatifs.

$E = a - (b + c)$

$E = a + (-1) \times (b + c)$

$E = a + (-1) \times b + (-1) \times c$

$E = a - b - c$

On a donc montré l'égalité : $\boldsymbol{a - (b + c) = a - b - c}$

1. En utilisant cette égalité, exprimer, à l'aide d'une phrase, une règle de simplification d'une écriture littérale.

2. Appliquer cette règle aux expressions suivantes.

$A = 8 - (x + 3)$ $\quad$ $B = 5 - (x - 1)$

$C = 13 - (x + 6)$ $\quad$ $D = 10 - (3x - 5)$

30 En utilisant les égalités montrées aux deux exercices précédents, simplifier les expressions suivantes.

$A = 9 + (x - 2)$ $\quad$ $B = 7 - (3 - 2x)$

$C = 3 - (x + 1)$ $\quad$ $D = 3 - (-x + 1)$

$E = 2 + (5 - 3x)$ $\quad$ $F = 5 - (-1 - x)$

Au XXIe (deuxième période)

Des éléments de justification uniquement lié à
La distributivité (produit par -1)

Une propriété à enseigner ?
Une perte d'importance très apparente…

Quel discours sur la technique de « suppression de parenthèses » ?
$a - (b+c) = a - b - c$

Au XXIe (première période)

Genre de tâches $T_{Développer}$	
Type de tâches	**exemples**
T_1 : Ajouter une somme algébrique	$3x+(x+3)$
T_2 : Prendre l'opposé d'une somme algébrique	$-(x+3)$
T_3 : Soustraire une somme algébrique	$P-(x+3)$
T_4 : Développer un produit d'un monôme de degré 0 par une somme algébrique de 2 termes	$3(x-5)$
T_5 : Développer un produit d'un monôme de degré 1 par une somme algébrique de 2 termes	$2x(-x+5)$
T_6 : Soustraire d'un polynôme le produit d'un monôme (degré 0 ou 1) par une somme algébrique de 2 termes	$P-2x(x+3)$

Au XXIe….

Evanescence des ingrédients technologiques liées aux techniques
Des technologies étudiées en amont non reprises ou peu visibles
Des adaptations « muettes » (cf. ex. de T2 à T3, presque toujours pour T6 !)

Des disparités fortes dans la représentativité de certains types de tâches
T2 (prendre l'opposé d'une somme algébrique)
T6 (Soustraire d'un polynôme le produit d'un monôme (degré 0 ou 1) par une somme algébrique de 2 termes)

	Phare	*Sésamath*	*Triangle*	*Prisme*	*Transmaths*	*Zenius*	*Horizon*
T_2 (effectifs)	0	6	0	3	0	3	1
T_6 (effectifs)	2	10	8	6	8	6	10

Quelques résultats sur les savoirs enseignés

Un questionnaire

pour les élèves (53)

support d’entretien pour les enseignants (3)

1°) supprimer les parenthèses et réduire lorsque c'est possible :

a) $-(5-y)$

b) $4+(-3a+2)-(5-2a+5b)$

c) $3x-(x-3)$

d) $2x-(-x+3)$

2°) développer et réduire

a) $-5x(3x+2)$

b) $-5x(x-2)$

c) $x(x-5)+2(3+x)$

d) $-3(x+7)-2(2-3x)-(x-1)$

e) $5(x+2)-3(-2x+1)(x-2)$

Extrait d'analyse *a priori*
Techniques liées aux dimensions binaires et unaires du signe « - »

$-5x\ (x - 2)$

- τ_{-bin} : cette technique consiste à développer sous la forme $-5x \times x - (-5x) \times 2$. Le signe « moins » est pris dans sa dimension binaire.
- $\tau_{-un(+)}$: avec réécriture de $x - 2$ en $x + (-2)$. Dans ce cas, nous avons considéré que cette étape de réécriture de la soustraction en addition de l'opposé procède d'un changement de dimension du signe « moins » : il passe donc d'une dimension binaire à une dimension unaire. Cela consiste à transformer le produit en $-5x \times x + (-5x) \times (-2)$.
- τ_{-un} : dans ce cas, le signe « moins » du second terme de la somme algébrique est pris dans sa dimension « unaire », sans qu'apparaisse la somme de l'opposé. Cela produit des écritures du type : $-5x \times x -5x \times (-2)$

Extrait d'analyse *a priori*

Techniques liées aux dimensions binaires et unaires du signe « - »

-3 (x + 7) – 2(2 - 3x) – (x - 1)

-3 (x + 7) **– 2 (2 – 3x)** *- (x - 1)*

Nature unaire

τ-UN

Avec écriture ...+ (-2)

τ-UN(+)

Sans écriture ...+ (-2)

τ-UN

Nature binaire

τ-BIN

traitement unaire

τ-UN(+)/-un

τ-UN(+)/-un(+)

traitement binaire

τ-UN(+)/-bin

traitement unaire

τ-UN/-un

τ-UN/-un(+)

traitement binaire

τ-UN/-bin

traitement unaire

τ-BIN/-un

τ-BIN/-un(+)

traitement binaire

τ-BIN/-bin

1er niveau d'indexation

-3 (x + 7) **– 2 (2 – 3x)** *- (x - 1)*

nature du signe « moins » de « ...-2(...) »

2ème niveau d'indexation

-3 (x + 7) **– 2 (2 – 3x)** *- (x - 1)*

Traitement du signe « moins » de -3x dans le développement

Extraits d'analyse *a posteriori*

Techniques liées aux dimensions binaires et unaires du signe « - »

$-5x\ (x - 2)$

Réussite	erreurs	Non traité /non exploitable
24,5%	58,5 %	17 %

$\tau_{\text{-bin}}$: 35,7 %

b) $-5x\ (x-2) = -5x \times x - (-5x \times 2)$
$= -6x - 10x$
$= 16x$

$\tau_{\text{-un}(+)}$: 39,3 %

b) $-5x\ (x-2) = -5x \times x + (-5x) \times (-2)$
$= -5x^2 + (10x)$

$\tau_{\text{-un}}$: 28,6 %

(b) $-5x\ (x-2)$
$= -5x \times x - 5x \times -2$
$= -5x^2 + 10x$

Extraits d’analyse *a posteriori*

Techniques liées aux dimensions binaires et unaires du signe « - »

$-5x\ (x - 2)$

Réussite	erreurs	Non traité /non exploitable
24,5%	58,5 %	17 %

$\tau_{\text{-bin}}$: 35,7 %

b) $-5x\ (x-2) = -5x \times x - (-5x \times 2)$
$= -6x - 10x$
$= 16x$

$\tau_{\text{-un}(+)}$: 39,3 %

b) $-5x\ (x-2) = -5x \times x + (-5x) \times (-2)$
$= -5x^2 + (10x)$

$\tau_{\text{-un}}$: 28,6 %

b) $-5x\ (x-2)$
$= -5x \times x - 5x \times -2$
$= -5x^2 + 10x$

Quelques résultats globaux

Absence des techniques liées à la distributivité et au produit par (-1)

Un taux de réussite global faible (seules les tâches correspondant à T1 et T2 sont réussies par un peu plus de la moitié des élèves)

Diversité des techniques liées aux dimensions unaires et binaires pour la plupart des tâches

Echec massif sur le type de tâches T6 (Soustraire d'un polynôme le produit d'un monôme (degré 0 ou 1) par une somme algébrique de 2 termes)

Du point de vue des enseignants…

Peu de différences entre T2 et T3

Un signe « - » qui reste unaire dans les deux cas ?

NICO : « alors là on est dans une configuration similaire sauf qu'il y a un p'tit terme qui vient se greffer en plus (il souligne le 1er terme 3) / qui doit pas perturber outre mesure puisqu'en fait on se retrouve exactement avec la même configuration qu'au dessus »

FRAN : « donc là <u>on voit la règle qu'on a vu tout à l'heure</u> (souligné par nos soins)/ on a un signe moins devant la parenthèse / il disparaît ainsi que les parenthèses (il raye les parenthèses et le signe moins) »

Rapports personnels des enseignants…

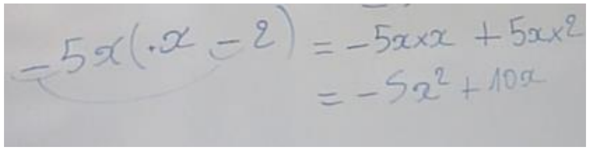
Peu de différences entre T2 et T3

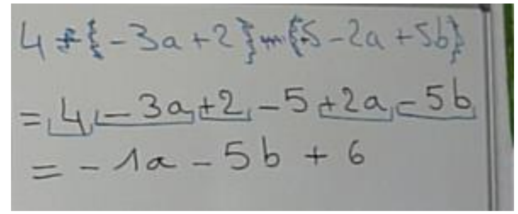
Un signe « - » qui reste unaire dans les deux cas ?

NICO : « alors là on est dans une configuration similaire sauf qu'il y a un p'tit terme qui vient se greffer en plus (il souligne le 1^er^ terme 3) / qui doit pas perturber outre mesure puisqu'en fait on se retrouve exactement avec la même configuration qu'au dessus »

FRAN : « donc là <u>on voit la règle qu'on a vu tout à l'heure</u> (souligné par nos soins)/ on a un signe moins devant la parenthèse / il disparaît ainsi que les parenthèses (il raye les parenthèses et le signe moins) »

Prépondérance du « - » unaire (nombre = monôme ?)





FRAN

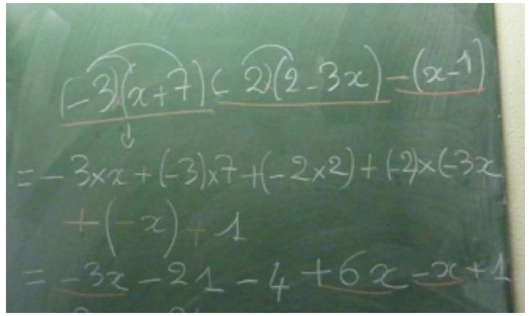
28- FRAN : toujours pareil hein / j'préfère que vous commenciez à vous occuper du signe et après une fois que vous vous êtes occupé du signe ' / j'ai un nombre négatif par un nombre positif (*il montre le moins de -5x et pointe le stylo devant le x comme pour montrer son signe + sous entendu, comme dans l'exemple précédent avec +3)* c'est comme si y'avait un plus là *(il le rajoute ensuite)* moins 5 x fois x et donc là ça va être du **moins** par du **moins** (*montrant cette fois le – de -5x et le – de x «- « 2)* donc ça va m'donner du plus *(il écrit 5x x 2*)/ et j'me suis occupé du signe donc ça fait moins 5x par moins 2 qui donne bien 5x fois 2 / on pourrait l'écrire comme ça (*il l'écrit à côté en décalé et l'effacera juste après)* moins 5x facteur de moins 2 / donc ça me donne moins 5 x carré plus 10x *(il écrit en même temps)*

faites attention le signe / le signe où vous vous trompez souvent c'est là *(il montre le – de -5x , l'entoure ainsi que le – de x – 2)* on fait du moins par moins donc ça donne plus / alors après c'est vrai que dans une expression je vous ai dit tout à l'heure que x était positif / ici il est écrit de façon = / avec = / y'a pas de signe devant donc c'est comme si c'était un plus mais après ça peut devenir une valeur négative quand on va remplacer mon x par n'importe qu'elle valeur / et dans le développement c'est là où ça pose problème pardi *(pas fort)*

29-CHER : et moi du coup j'me demande aussi **#**

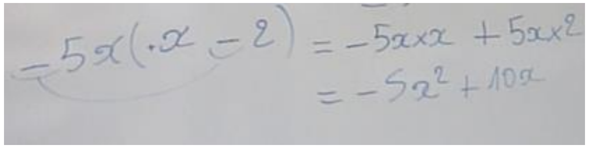
30-FRAN : mais c'est vrai que sur ces règles / donner du sens…

Passage du « - » binaire au unaire



122-ANN : alors ici on a une soustraction où on a plusieurs termes / on commence d'abord par faire les multiplications / donc on a celle là / on a celle ci / et on a celle ci *(ANN souligne en rouge comme sur l'image ci-dessus en notant en petit en rouge un signe multiplié)* / donc ça nous fait des développements / ici je regarde ce que j'ai devant la parenthèse *(en montrant le premier terme)* / ici on a un nombre / donc j'ai moins 3 *(en le mettant entre parenthèse)* que je vais distribuer dans la parenthèse *(ANN note deux flèches)* donc *(ANN commence à écrire la première ligne de calcul)* moins 3 fois *x* plus moins 3 fois 7 / le deuxième développement j'ai un moins 2 que je vais distribuer *(elle met des parenthèses autour de -2)* / donc moins 2 fois 2 plus moins 2 fois moins 3*x* / et le dernier développement c'est une soustraction / on a dit que c'est additionner l'opposé donc je transforme mon moins que j'ai ici en plus *(ANN repasse le moins dans l'énoncé en rouge et écrit le signe + en rouge)* et je prends l'opposé de *x* c'est moins *x* et je prends l'opposé de 1 c'est plus *1 (le + est écrit en rouge)* / voilà

Rapports personnels des enseignants et des élèves…

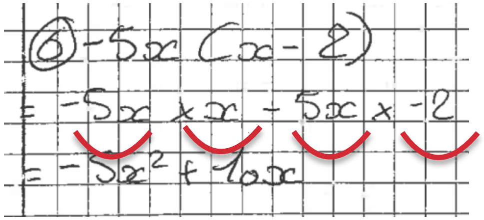


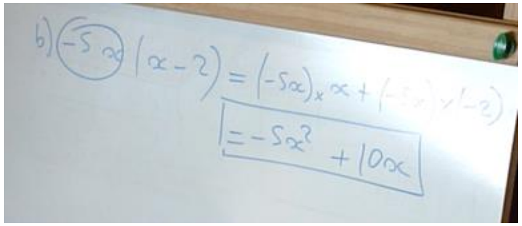
FRAN

T-un

↓

T-un et **T**-bin
chez les élèves



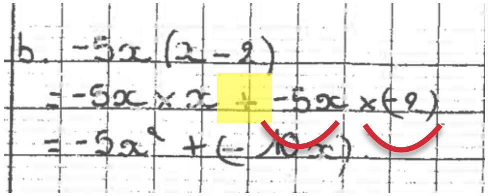


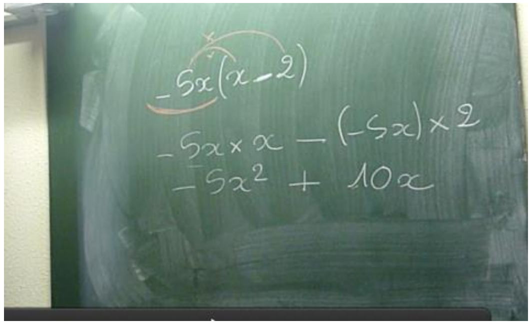
NICO

T-un(+)

↓

T-un(+) majoritairement
chez les élèves



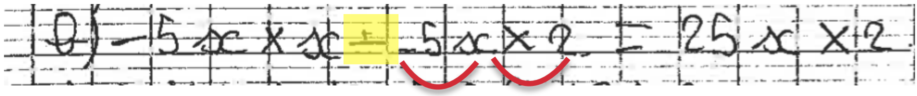


ANN

T-bin

↓

T-un(+) et **T**-bin
chez les élèves



Rapports personnels des enseignants et des élèves…

	FRAN	NICO	ANN
Nombre de tâches du genre T_D	9	64	35
T_2 (%)	11 %	4,7 %	11,4 %
T_6 (%)	0 %	0 %	11,4 %

Des questions en guise de conclusion…

Des techniques naturalisées, « cloisonnées », avec des éléments de justification évanescent (par ex. , la « suppression de parenthèses)

Les dimensions du signe « - » unaire ou binaire non questionnées, rarement explicitées

La somme algébrique, un objet transparent montré à travers des techniques liées à la dimension unaire du signe « - » (et du signe « + »…)

Des besoins « vécus » par les élèves exprimés par les enseignants

Retours sur les relatifs

Pour les relatifs (et l'intégration des relatifs dans le calcul algébrique)

Plusieurs « sens » pour une même écriture (alors que plusieurs écritures / plusieurs sens pour un même objet)

- 2 comme un « opérateur », une suite d'instruction de calculs, un programme de calcul (une classe de programme de calculs)
« soustraire 2 » (soustraire 2 à 3, à 4 ….)

*-2 comme **le nombre- 2 (le résultat d'opérations 0 - 2 = 1 – 3 …. le terme – le facteur…)***

Dans le calcul algébrique

plusieurs sens possibles

x – 2 comme somme de x et de – 2 et comme différence de x et de 2

comme ajouter x puis soustraire 2

$B = -5x\,(x - 2)$

$= -5x \times x - (-5x) \times 2$

$\quad k \times a \qquad k \times b$

$= -5x^2 - (-10x)$

$= -5x^2 + 10x$

(b) $-5x\,(x - 2)$

$= -5x \times x - 5x \times -2$

$= -5x^2 + 10x$

Dans le calcul algébrique

plusieurs sens possibles
x – 2 comme somme de x et de – 2 et comme différence de x et de 2
comme ajouter x puis soustraire 2

$B = -5x\,(x - 2)$

$\underbrace{= -5x \times x}_{k \times a} - \underbrace{(-5x) \times 2}_{k \times b}$

$= -5x^2 - (-10x)$

$= -5x^2 + 10x$

$B\; -5x\,(x - 2)$

$= -5x \times x - 5x \times -2$

$= -5x^2 + 10x$